Первый Южный математический турнир, «Орлёнок»-2006.
9-11 класс. Командная олимпиада.

1. К произведению трех последовательных натуральных чисел прибавили одно из них. Могло ли в сумме получиться число 10^{9999}?
2. Можно ли разложить 100 камешков в 10 куч так, чтобы не было куч с равным количеством камешков, однако после произвольного разделения любой кучи на две меньших, это свойство нарушалось?
3. Пусть a и b — натуральные числа такие, что $a+77b$ делится на 79, а $a+79b$ делится на 77. Найти наименьшее возможное значение $a+b$.
4. На окружности ω с диаметром AB выбрана точка Q. Точка H — проекция точки Q на AB. Окружность с центром Q и радиусом QH пересекает ω в точках C и D. Докажите, что прямая CD делит пополам отрезок QH.
5. На координатной плоскости рассматривается множество M точек, для которых $x^3 = y^2$. Прямая l пересекает M в трех точках: $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$, $C(x_3; y_3)$. Докажите, что $\frac{x_1}{y_1} + \frac{x_2}{y_2} + \frac{x_3}{y_3} = 0$.
6. Дана клетчатая доска $n \times n$. Миша хочет поставить на некоторую клетку короля и пройти им по доске, побывав на каждой клетке ровно по одному разу (возвращаться на исходную клетку не обязательно). При этом он также хочет, чтобы любые два последовательные хода имели разную длину. При каких n желание Миши осуществимо?

Первый Южный математический турнир, «Орлёнок»-2006.
9-11 класс. Командная олимпиада.

1. К произведению трех последовательных натуральных чисел прибавили одно из них. Могло ли в сумме получиться число 10^{9999}?
2. Можно ли разложить 100 камешков в 10 куч так, чтобы не было куч с равным количеством камешков, однако после произвольного разделения любой кучи на две меньших, это свойство нарушалось?
3. Пусть a и b — натуральные числа такие, что $a+77b$ делится на 79, а $a+79b$ делится на 77. Найти наименьшее возможное значение $a+b$.
4. На окружности ω с диаметром AB выбрана точка Q. Точка H — проекция точки Q на AB. Окружность с центром Q и радиусом QH пересекает ω в точках C и D. Докажите, что прямая CD делит пополам отрезок QH.
5. На координатной плоскости рассматривается множество M точек, для которых $x^3 = y^2$. Прямая l пересекает M в трех точках: $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$, $C(x_3; y_3)$. Докажите, что $\frac{x_1}{y_1} + \frac{x_2}{y_2} + \frac{x_3}{y_3} = 0$.
6. Дана клетчатая доска $n \times n$. Миша хочет поставить на некоторую клетку короля и пройти им по доске, побывав на каждой клетке ровно по одному разу (возвращаться на исходную клетку не обязательно). При этом он также хочет, чтобы любые два последовательные хода имели разную длину. При каких n желание Миши осуществимо?