



# СТАРТ-ЛИГА

2 ТУР. 20 сентября 2012 г.

1. Буратино поставил в букмекерской конторе по одному золотому на следующие результаты футбольного матча Кроты – Канарейки:

- |                               |                                      |
|-------------------------------|--------------------------------------|
| 1) ничья;                     | 2) Кроты пропустят хотя бы один гол; |
| 3) Канарейки выиграют;        | 4) Канарейки не проиграют;           |
| 5) будет забито ровно 3 гола. |                                      |

Если прогноз не оправдывается, игрок теряет ставку. Если оправдывается, получает обратно удвоенную ставку. Как могла закончиться игра, если Буратино проиграл один золотой? Укажите все возможности.

2. Из пункта А в одном направлении одновременно начинают движение пешеход, велосипедист и мотоциклист. Мотоциклист, доехав до пункта В, разворачивается и встречается с велосипедистом в тот момент, когда пешеход прошел  $\frac{1}{6}$  расстояния между А и В. Через 6 минут после этого пешеход встретился с мотоциклистом, а велосипедист оказался в некоторой точке С. Через какой промежуток времени после встречи с мотоциклистом пешеход окажется в точке С?

3. Точка в треугольнике соединена с вершинами тремя отрезками. Какое наибольшее число этих отрезков может равняться противоположной стороне?

4. 2012 натуральных чисел обладают следующим свойством: какие бы 1006 чисел из них ни выбрать, среди оставшихся найдутся 503 числа, сумма которых даёт тот же остаток при делении на 2012, что и сумма выбранных чисел. Докажите, что сумма каких-то 1006 чисел из исходного набора делится на 2012.

5. В стране 256 городов, из которых 8 – «областные», некоторые пары городов соединены между собой дорогами (но не более чем одной), причём любой путь по дорогам между двумя обычными городами, если он есть, проходит хотя бы через один «областной» город. Какое наибольшее количество дорог могло быть в этой стране?

6. Сумма трёх неотрицательных чисел  $a, b, c$  не превосходит  $\frac{1}{2}$ . Какое наименьшее значение может принимать выражение  $(1-a)(1-b)(1-c)$ ?

7. Существует ли клетчатая фигурка, из любого количества которых складывается шестиугольник?

8. Есть 7 кучек по 200 камней. Два игрока ходят по очереди. За один ход можно взять из какой-нибудь кучки количество камней, равное простому числу. Игра заканчивается тогда, когда нельзя сделать ход. Первый выигрывает, если хотя бы в одной кучке по окончании игры нет камней. Второй выигрывает, если по окончании игры во всех кучках по 1 камню. Кто выигрывает при правильной игре?