

**0–0.** Клетчатый прямоугольник  $10 \times 12$  согнули по линиям сетки несколько раз так, что получился квадрат  $1 \times 1$ . Сколько частей могло получиться после того, как этот квадрат разрезали по отрезку, соединяющему середины двух его соседних сторон?

**0–1.** Сколькими способами можно разменять 8 рублей более мелкими монетами, если есть монеты в 1, 2 и 5 рублей?

**0–2.** Теннисный турнир с 20 участниками продолжался три дня. В каждый из трёх дней каждый участник сыграл один матч. В итоге у турнира оказался единственный победитель, но никто не проиграл все три свои матча. Сколько человек выиграло ровно по два матча?

**0–3.** В коробке лежат шары 100 разных цветов: 1 шар первого цвета, 2 - второго, ..., 100 шаров сотого цвета. Сколько существует способов разложить их по 100 мешкам так, чтобы в первом мешке был один шар, во втором - два, и т.д., и чтобы в каждом мешке все шары были разных цветов? (Шары одного цвета неразличимы.)

**0–4.** Какие целые значения может принимать среднее арифметическое четырёх различных натуральных чисел первой сотни?

**0–5.** Покройте без наложений плоскость одинаковыми невыпуклыми пятиугольниками.

**0–6.** Найдите наибольшее натуральное число из различных цифр такое, что любое число из его шести подряд идущих цифр делится на 6.

**1–1.** На острове рыцарей и лжецов (рыцари всегда говорят правду, а лжецы – врут) в некоторой компании каждый заявил остальным: «Среди вас – три рыцаря». Сколько рыцарей могло быть в этой компании?

**1–2.** Изначально во всех клетках таблицы  $3 \times 3$  стоят нули. Несколько раз выбирают квадрат  $2 \times 2$  и увеличивают на 1 все числа, стоящие в нём. Какое число написано в центре таблицы (см. рис.), если известны числа только в четырёх клетках исходной таблицы?

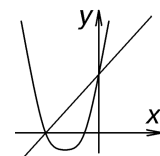
	4	
5		
2		3

**1–3.** При каком наибольшем  $c$  уравнение  $x^2 + 6x + c = 0$  имеет решение?

**1–4.** Вася обнаружил в старой папиной копилке 30 советских монет достоинством в 10, 15 и 20 копеек на общую сумму в 5 рублей. Каких монет (10-копеечных или 20-копеечных) и на сколько в копилке больше?

**1–5.** В выпуклом 20-угольнике провели все диагонали, причём никакие три из них не пересеклись в одной точке. Сколько точек пересечения диагоналей получилось внутри 20-угольника?

**1–6.** На чертеже изображены графики функций  $y = 2x^2 + bx + c$  и  $y = x + 1$ . Найдите  $b$ .



**2–2.** У натурального числа можно любую нечётную цифру переставлять в конец, а любую чётную цифру переставлять в начало. Сколько существует девятизначных чисел, отличных от 123456789, из которых такими перестановками можно получить это число?

**2–3.** Представьте число 2009 в виде произведения трёх целых чисел, сумма которых равна 7.

**2–4.** Произведение всех натуральных делителей натурального числа  $n$  равно  $2^{45}$ . Найдите  $n$ .

**2–5.** Сколько решений имеет ребус:  $5 - Я = С \cdot М \cdot Е \cdot Н \cdot А$ ?  
(одинаковые буквы – одинаковые цифры, разные буквы – разные цифры)

**2–6.** При каком наибольшем  $N$  на шахматной доске можно расставить  $N$  чёрных и  $N$  белых королей так, чтобы чёрные не били белых, а белые – чёрных? Приведите ответ и пример расстановки.

**3–3.** Найдите наибольшее натуральное число из различных цифр, сумма цифр которого делится на произведение его цифр.

**3–4.** Найдите наибольшее натуральное число из различных цифр, произведение цифр которого делится на сумму его цифр.

**3–5.** На шахматной доске (без наложений, по линиям сетки, в пределах доски) лежат четырёхклеточные фигурки в виде буквы «Т», закрывая при этом все чёрные клетки. Какое количество таких фигурок может быть?

**3–6.** Какое наибольшее число узлов клетчатого квадрата  $3 \times 3$  можно выбрать так, чтобы никакие три выбранные точки не были вершинами равнобедренного прямоугольного треугольника? Приведите ответ и пример.

**4–4.** Найдите все натуральные  $n$  такие, что  $n(n+p)$  – точный квадрат при фиксированном нечётном простом  $p$ .

**4–5.** Точка  $M$ , лежащая внутри равностороннего треугольника, удалена от его сторон на 1 см, 2 см и 2 см. Найдите площадь треугольника.

**4–6.** Простым магическим квадратом назовём квадрат  $3 \times 3$ , в клетках которого стоят по одному 9 натуральных чисел (необязательно различных), причём суммы чисел в каждой строке и каждом столбце равны между собой. Найдите наибольшее  $n$ , при котором существует простой магический квадрат, содержащий первые  $n$  простых чисел. Приведите ответ и пример квадрата.

**5–5.** Пусть  $\alpha \leq \beta \leq \gamma \leq \delta$  – градусные меры углов некоторого выпуклого четырёхугольника. Известно, что из этих четырёх чисел нельзя выбрать три так, чтобы они выражали (в метрах) длины сторон некоторого треугольника. При каких значениях  $\gamma$  такое возможно?

**5–6.** В строчку по порядку выписаны все натуральные числа от 1 до  $n$ . В следующей строчке под каждым двумя числами записывается их сумма. Затем то же самое делается с полученной строкой и т.д., пока не останется одно число. Найдите это число.

**6–6.** Пусть  $2S$  – суммарный вес некоторого набора гирек. Число  $k$  назовём *средним*, если в наборе можно выбрать  $k$  гирек, суммарный вес которых равен  $S$ . Какое наибольшее количество средних чисел может быть у набора из 10 гирек? Приведите ответ и пример набора из 10 гирек с наибольшим количеством средних чисел.