1. Решите систему уравнений $x_1 + \sqrt{x_2} = x_2 + \sqrt{x_3} = \cdots = x_n + \sqrt{x_1} = 2$ для $n = 9$.
2. В выпуклом многоугольнике все углы равны. Известно, что внутри него есть точка, из которой все стороны видны под равными углами. Докажите, что этот многоугольник правильный.
3. В футбольном первенстве участвуют 20 команд. Докажите, что после двух туров можно выбрать 10 команд, среди которых нет двух уже сыгравших.
4. В некотором городе разрешены только парные обмены квартирами (если две семьи обмениваются квартирами, то в тот же день они не участвуют в других обменах). Докажите, что любой сложный обмен квартирами нескольких семей можно осуществить за два дня.
5. Пусть $\{f_n\}$ — последовательность Фибоначчи: $f_1 = f_2 = 1$, $f_{n+1} = f_n + f_{n-1}$.

   Докажите, что для каждого натурального m найдется такой номер n, что f_n делится на m.
6. По окружности длины 1 движутся $n > 2$ точечных шариков. Каждый шарик имеет скорость 1 (по или против часовой стрелки). Если два шарика сталкиваются, то они разлетаются в противоположные стороны так, что их скорости остаются равными v. а) Докажите, что через некоторое время t наступит такой момент, что каждый шарик занимает свое начальное положение. б) Найдите наименьшее такое t, если в начале по часовой стрелке движутся ровно k шариков.
7. На полке стоят тома 100-томного собрания в правильном порядке. Первый том переставили в конец. Теперь за одну операцию разрешается менять местами любые два тома. За какое наименьшее число операций можно возвратить правильный порядок?

1. Решите систему уравнений $x_1 + \sqrt{x_2} = x_2 + \sqrt{x_3} = \cdots = x_n + \sqrt{x_1} = 2$ для $n = 9$.
2. В выпуклом многоугольнике все углы равны. Известно, что внутри него есть точка, из которой все стороны видны под равными углами. Докажите, что этот многоугольник правильный.
3. В футбольном первенстве участвуют 20 команд. Докажите, что после двух туров можно выбрать 10 команд, среди которых нет двух уже сыгравших.
4. В некотором городе разрешены только парные обмены квартирами (если две семьи обмениваются квартирами, то в тот же день они не участвуют в других обменах). Докажите, что любой сложный обмен квартирами нескольких семей можно осуществить за два дня.
5. Пусть $\{f_n\}$ — последовательность Фибоначчи: $f_1 = f_2 = 1$, $f_{n+1} = f_n + f_{n-1}$.

   Докажите, что для каждого натурального m найдется такой номер n, что f_n делится на m.
6. По окружности длины 1 движутся $n > 2$ точечных шариков. Каждый шарик имеет скорость 1 (по или против часовой стрелки). Если два шарика сталкиваются, то они разлетаются в противоположные стороны так, что их скорости остаются равными v. а) Докажите, что через некоторое время t наступит такой момент, что каждый шарик занимает свое начальное положение. б) Найдите наименьшее такое t, если в начале по часовой стрелке движутся ровно k шариков.
7. На полке стоят тома 100-томного собрания в правильном порядке. Первый том переставили в конец. Теперь за одну операцию разрешается менять местами любые два тома. За какое наименьшее число операций можно возвратить правильный порядок?