0. В стране расстояния между парами городов различны. Путешественник начинает путь из города N и выбирает каждый раз маршрут в наиболее удаленный город. Докажите, что либо он возвратится в N на втором шаге, либо не возвратится никогда.

1. Решите систему уравнений $x_1 + \sqrt{x_2} = x_2 + \sqrt{x_3} = \cdots = x_n + \sqrt{x_1} = 2$ для $n = 9$.

2. В выпуклом многоугольнике все углы равны. Известно, что внутри него есть точка, из которой все стороны видны под равными углами. Докажите, что этот многоугольник правильный.

3. В футбольном первенстве участвуют 20 команд. Докажите, что после двух туров можно выбрать 10 команд, среди которых нет двух уже сыгравших.

4. Бесконечная последовательность цифр $6, 0, 0, 9, 5, 4, 8, 6, \ldots$ строится по правилу: каждая следующая цифра равна последней цифре суммы предыдущих четырех. Встретится ли в этой последовательности четверка идущих подряд цифр $2, 0, 1, 3$?

5. Пусть $\{f_n\}$ — последовательность Фибоначчи: $f_1 = f_2 = 1$, $f_{n+1} = f_n + f_{n-1}$.

   m — натуральное число,

   а) Докажите, что последовательность остатков f_n при делении на m периодична.

   б) Докажите, что для каждого натурального m найдется такой номер n, что f_n делится на m.

6. В некотором городе разрешены только парные обмены квартирами (если две семьи обмениваются квартирами, то в тот же день они не участвуют в других обменах). Докажите, что любой сложный обмен квартирами нескольких семей можно осуществить за два дня. (Предполагается, что и до, и после обмена каждая семья живет в отдельной квартире.)

0. В стране расстояния между парами городов различны. Путешественник начинает путь из города N и выбирает каждый раз маршрут в наиболее удаленный город. Докажите, что либо он возвратится в N на втором шаге, либо не возвратится никогда.

1. Решите систему уравнений $x_1 + \sqrt{x_2} = x_2 + \sqrt{x_3} = \cdots = x_n + \sqrt{x_1} = 2$ для $n = 9$.

2. В выпуклом многоугольнике все углы равны. Известно, что внутри него есть точка, из которой все стороны видны под равными углами. Докажите, что этот многоугольник правильный.

3. В футбольном первенстве участвуют 20 команд. Докажите, что после двух туров можно выбрать 10 команд, среди которых нет двух уже сыгравших.

4. Бесконечная последовательность цифр $6, 0, 0, 9, 5, 4, 8, 6, \ldots$ строится по правилу: каждая следующая цифра равна последней цифре суммы предыдущих четырех. Встретится ли в этой последовательности четверка идущих подряд цифр $2, 0, 1, 3$?

5. Пусть $\{f_n\}$ — последовательность Фибоначчи: $f_1 = f_2 = 1$, $f_{n+1} = f_n + f_{n-1}$.

   m — натуральное число,

   а) Докажите, что последовательность остатков f_n при делении на m периодична.

   б) Докажите, что для каждого натурального m найдется такой номер n, что f_n делится на m.

6. В некотором городе разрешены только парные обмены квартирами (если две семьи обмениваются квартирами, то в тот же день они не участвуют в других обменах). Докажите, что любой сложный обмен квартирами нескольких семей можно осуществить за два дня. (Предполагается, что и до, и после обмена каждая семья живет в отдельной квартире.)