0–0. Сколько существует раскрасок доски 8×8 таких, что при перестановке строк местами и столбцов местами можно получить доску с шахматной раскраской?

1–1. Чему равна сумма всех целых делителей числа 2015?

0–1. Найдите наибольшее натуральное число из 10 различных цифр такое, что у любой пары соседних цифр НОД (наибольший общий делитель) равен 1.

1–2. Приведите пример набора, состоящего из 4 различных чисел таких, что если каждое число в наборе заменить на сумму остальных, то получится тот же набор.

0–2. Найдите все простые числа, которые являются одновременно суммой двух простых чисел и разностью двух простых чисел.

1–3. Электронные часы показывают время от 00.00.00 до 23.59.59. Сколько времени в течение суток на табло часов горят ровно три цифры 7?

0–3. Число 1 – корень уравнения $(x+a)^2+(x+b)^2+(x+c)^2=0$. Найдите сумму $a+b+c$.

1–4. Решите систему уравнений $\begin{cases} xy+yz=2 \\ x^2+2y^2+z^2=4 \end{cases}$.

0–4. Найдите наименьшее значение суммы $|x|+|x+1|+|x+2|+|x+3|+|x+4|$.

1–5. Сколько в третьем тысячелетии годов, записываемых только чётными цифрами?

0–5. Какое наименьшее количество точек на плоскости надо взять, чтобы среди попарных расстояний между ними встретились числа 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64?

1–6. В числе 9876543210 зачёркиваются цифры (от 1 до 9 штук) так, чтобы оставшееся число делилось на 10. Сколько таких различных чисел можно получить?

0–6. Сложили все натуральные числа, меньшие 1000, сумма цифр каждого из которых равна N. Найдите все N, при которых сумма таких чисел делится на N?

2–2. На клетчатом листе по линиям сетки нарисован многоугольник, который можно разрезать на 30 квадратиков 2×2. Какое наибольшее количество трёхклеточных уголков можно из него гарантированно вырезать? Приведите ответ и пример.

2–3. Решите уравнение $\sigma(2n) = 3\sigma(n)$ в натуральных числах, где $\sigma(n)$ – сумма всех натуральных делителей натурального числа n.

3-6. Сколькими способами число 36 можно представить в виде суммы не менее чем трёх натуральных слагаемых? *(Порядок слагаемых важен, т.е., например, 2+20+1+13 отличается от 13+2+1+20.)*

2–4. Найдите углы равнобедренного треугольника, в котором биссектриса и высота, проведённые из одной вершины, отличаются по длине в два раза.

4–4. Две прямые на плоскости, пересекающиеся под углом 46°, являются осями симметрии фигуры F. Какое наименьшее число осей симметрии может иметь эта фигура?

2–5. Все стороны выпуклого пятиугольника *ABCDE* равны 1, а $\angle BCD = 2\angle ACE$. Найдите радиус описанной около треугольника *ACE* окружности.

4–5. По окончании математической игры «Домино» оказалось, что команда-победитель решила все задачи, а в графе «штраф» у неё «–2» балла. Сколько баллов могла в итоге набрать эта команда?

2–6. При каких значениях a неравенство $\dfrac{(x-2)^2(x+a)}{x-7} \le 0$ имеет единственное решение?

4–6. Пусть *ABCD* – единичный квадрат, *P* и *Q* – такие точки, что *Q* – центр описанной окружности треугольника *BPC*, а *D* – центр описанной окружности треугольника *PQA*. Найти все возможные значения длины отрезка *PQ*.

3–3. Каждая клетка доски 8×8 окрашена в какой-то цвет, при этом в любой строке и любом столбце есть клетки ровно двух цветов. Какое наибольшее количество различных цветов может быть использовано? *Приведите пример и ответ*.

5–5. Точка *M* – середина стороны *BC* выпуклого четырёхугольника *ABCD*, в котором *AC*=*BD*=*AD*. Оказалось, что угол *AMD* – прямой. Чему может быть равен угол между диагоналями четырёхугольника *ABCD*?

3–4. В некоторых клетках доски 5×9 находятся фишки. За одну операцию каждая фишка перемещается в соседнюю по стороне клетку по следующему правилу: первый ход каждая фишка делает в произвольном направлении, а если предыдущий её ход был горизонтальным, то следующий ход должен быть вертикальным и наоборот. При каком наибольшем количестве фишек существуют расстановка и такой порядок операций, когда после каждой операции на каждой клетке будет стоять не более одной фишки?

5–6. В натуральном ряду от 1 до $N \ge 2$ два игрока по очереди зачёркивают группы подряд идущих чисел, начиная с наименьшего из ещё не зачёркнутых, и отдают эту группу своему сопернику. Выигрывает тот, у кого первого произведение чисел будет делиться на фиксированное натуральное число *K*, где $2 \le K \le N$. При каких *K* и *N* при правильной игре выиграет первый игрок?

3–5. Какое наибольшее количество прямых можно расположить на плоскости таким образом, чтобы среди любых 10 из них нашлись две прямые, образующие угол 60°?

6–6. Из какого числа равносторонних треугольников со стороной 1 может состоять шестиугольник, все углы которого равны 120°, а все стороны различны и равны шести числам 1, 2, 3, 4, 5, 6, стоящим в произвольном порядке?