0–0. Сколько существует раскрасок доски 8×8 таких, что при перестановке строк местами и столбцов местами можно получить доску с шахматной раскраской?

1–1. Чему равна сумма всех целых делителей числа 2015?

0–1. Число 1 – корень уравнения
$(x+a)^2+(x+b)^2+(x+c)^2=0$.
Найдите сумму $a+b+c$.

1–2. Приведите пример набора, состоящего из 4 различных чисел таких, что если каждое число в наборе заменить на сумму остальных, то получится тот же набор.

0–2. Найдите наименьшее значение суммы $|x|+|x+1|+|x+2|+|x+3|+|x+4|$.

1–3. При каких натуральных $n \geq 2$ уравнение $\frac{1}{x_1}+\ldots+\frac{1}{x_n}=1$ имеет решение, в котором все x_i – различные натуральные числа?

0–3. Какое наименьшее количество точек на плоскости надо взять, чтобы среди попарных расстояний между ними встретились числа 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64?

1–4. Найдите площадь треугольника *ABC*, если стороны *AB* и *AC* равны соответственно 11 и 13, а медиана *AM* равна 10.

0–4. Сложили все натуральные числа, меньшие 1000, сумма цифр каждого из которых равна *N*. Найдите все *N*, при которых сумма таких чисел делится на *N*?

1–5. Найдите область значений функции
$y=3\cos x-3\cos 2x-2$.

0–5. Какое наибольшее количество прямых можно расположить на плоскости таким образом, чтобы среди любых 10 из них нашлись две прямые, образующие угол 60°?

1–6. Две прямые на плоскости, пересекающиеся под углом 46°, являются осями симметрии фигуры F. Какое наименьшее число осей симметрии может иметь эта фигура?

0–6. В клетках таблицы 4×4 расставлены все целые числа от 1 до 16. Раз в минуту каждое число таблицы заменяется на среднее арифметическое своих соседей (по стороне клетки). Какое наименьшее возможное значение может быть у самого меньшего числа таблицы через две минуты?

2–2. Каждая клетка доски 8×8 окрашена в какой-то цвет, при этом в любой строке и любом столбце есть клетки ровно двух цветов. Какое наибольшее количество различных цветов может быть использовано? *Приведите пример и ответ*.

2–3. Решите уравнение $\sigma(2n) = 3\sigma(n)$ в натуральных числах, где $\sigma(n)$ – сумма всех натуральных делителей натурального числа n.

3-6. Сколькими способами число 36 можно представить в виде суммы не менее чем трёх натуральных слагаемых? *(Порядок слагаемых важен, т.е., например, 2+20+1+13 отличается от 13+2+1+20.)*

2–4. При каких значениях a неравенство $\frac{(x-2)^2(x+a)}{x-7} \le 0$ имеет единственное решение?

4–4. Внутри параллелограмма $ABCD$ взята такая точка P, что $\angle ABP = \angle PDA$. Какие значения может принимать сумма углов $\angle BPA$ и $\angle CPD$?

2–5. В некоторых клетках доски 5×9 находятся фишки. За одну операцию каждая фишка перемещается в соседнюю по стороне клетку по следующему правилу: первый ход каждая фишка делает в произвольном направлении, а если предыдущий её ход был горизонтальным, то следующий ход должен быть вертикальным и наоборот. При каком наибольшем количестве фишек существуют расстановка и такой порядок операций, когда после каждой операции на каждой клетке будет стоять не более одной фишки?

4–5. В натуральном ряду от 1 до $N \ge 2$ два игрока по очереди зачёркивают группы подряд идущих чисел, начиная с наименьшего из ещё не зачёркнутых, и отдают эту группу своему сопернику. Выигрывает тот, у кого первого произведение чисел будет делиться на фиксированное натуральное число K, где $2 \le K \le N$. При каких K и N при правильной игре выиграет первый игрок?

2–6. Пусть $ABCD$ – единичный квадрат, P и Q – такие точки, что Q – центр описанной окружности треугольника BPC, а D – центр описанной окружности треугольника PQA. Найти все возможные значения длины отрезка PQ.

4–6. Точка A является вершиной единичного куба, а точки B и C лежат на рёбрах этого куба, причём длины сторон AB и AC треугольника ABC равны соответственно 1,25 и 1,5. Найдите длину третьей стороны этого треугольника.

3–3. По окончании математической игры «Домино» оказалось, что команда-победитель решила все задачи, а в графе «штраф» у неё «–2» балла. Сколько баллов могла в итоге набрать эта команда?

5–5. Найдите формулу для вычисления суммы $1\cdot n+2\cdot(n-1)+3\cdot(n-2)+\ldots+(n-1)\cdot 2+n\cdot 1$ для каждого натурального n.

3–4. Точка M – середина стороны BC выпуклого четырёхугольника $ABCD$, в котором $AC=BD=AD$. Оказалось, что угол AMD – прямой. Чему может быть равен угол между диагоналями четырёхугольника $ABCD$?

5–6. Из какого числа равносторонних треугольников со стороной 1 может состоять шестиугольник, все углы которого равны 120°, а все стороны различны и равны шести числам 1, 2, 3, 4, 5, 6, стоящим в произвольном порядке?

3–5. Чему равно максимальное произведение расстояний от внутренней точки треугольника со сторонами 3, 4, 5 до прямых, содержащих его стороны?

6–6. Найдите все возможные значения суммы натуральных чисел a, b и c таких, что $abc=2310$ и $a^2b+b^2c+c^2a=ab^2+bc^2+ca^2$.