

0–0. Сколько различных слагаемых останется, если раскрыть скобки и привести подобные в следующем выражении $(1+x^2+x^4+\dots+x^{200})^3+(1+x^3+x^6+\dots+x^{300})^2$?

0–1. Какую цифру нужно подставить вместо звездочки, чтобы число $\underbrace{11\dots1}_{2015} \cdot \underbrace{122\dots2}_{2016}^*$ стало точным квадратом?

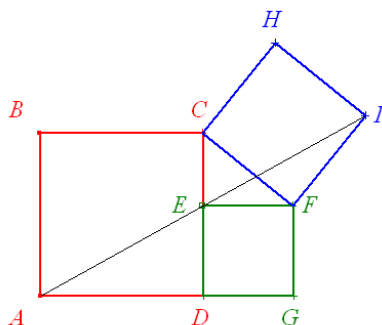
0–2. Известно, что $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$. Упростите дробь $\frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2}$.

0–3. На шахматную доску 8×8 по одному выставляют слонов. Очередной выставляемый слон должен бить не более двух из ранее выставленных. Какое наибольшее число слонов можно выставить на доску?

0–4. Решите ребус $\overline{aa} \cdot \overline{abc} \cdot \overline{bc} = \overline{abcabc}$ (одинаковые буквы – одинаковые цифры, разные буквы – разные цифры).

0–5. Каждое из 8 положительных чисел равно сумме квадратов остальных семи. Найдите все эти числа.

0–6. $ABCD$, $DEFG$, $CFIH$ – квадраты (см. рис.). Факт о том, что точка E – середина отрезка AI , можно доказать поворотами. Вставьте центры поворота и углы поворота в равенство $R(AE) = CG = R(IE)$.



1–1. Найдите сумму $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{2015 \cdot 2016}$. Ответ дать в виде несократимой дроби.

1–2. При скольких натуральных $n \geq 2$ верно сравнение $20 \equiv -16 \pmod{n}$?

1–3. Найдите остаток числа 13^{13} при делении на 30.

1–4. Компьютерный вирус съедает пространство на жёстком диске. В первый день он уничтожил $1/2$ ёмкости диска. Во второй – $1/3$ от оставшегося, в третий день – $1/4$ от остатка, на четвёртый день – $1/5$ от остатка. Какая часть (в процентах) дискового пространства осталась несъеденной к началу пятого дня?

1–5. Если перевернуть лист, на котором написаны цифры, то цифры 0, 1, 8 не изменятся, 6 и 9 поменяются местами, остальные цифры потеряют смысл. Сколько существует девятизначных чисел, которые при переворачивании листа не изменяются?

1–6. В треугольнике, углы которого относятся как $1:2:4$, провели все биссектрисы. Сколько равнобедренных треугольников можно выделить на полученном чертеже?

2–2. Два парома одновременно отходят от противоположных берегов реки и пересекают её перпендикулярно берегам. Скорости паромов постоянны, но не равны. Паромы встречаются на расстоянии 720 метров от одного из берегов, после чего продолжают движение, каждый доходит до противоположного берега и тут же плывёт обратно. На обратном пути они встречаются в 400 метрах от другого берега. Какова ширина реки?

2–3. Укажите все двузначные числа, кратные 10, которые могут быть числом диагоналей выпуклого многоугольника.

2–4. В параде участвовали менее 2016 солдат, ровно $\frac{1}{99}$ из них награждена медалями. Всех солдат построили прямоугольником. Оказалось, что награждённые есть не менее чем в 44% шеренг и не менее чем в 44% колонн. Сколько всего солдат?

2–5. Какое наименьшее количество коней можно разместить на шахматной доске так, чтобы каждый конь бил ровно трёх других коней? Приведите ответ и пример.

2–6. На каждой из граней двух игральных костей-кубиков надо записать по одному натуральному числу. После этого обе кости бросают, а числа на их верхних гранях складывают. Запишите числа на гранях так, чтобы с одинаковой ненулевой вероятностью получалась любая целая сумма от 2 до 13.

3–3. Приведите пример таких целых чисел $a > b > 1$, что для каждого натурального числа k найдется такое натуральное число n , что $an+b$ является k -й степенью целого числа? *Ответ обосновать.*

3–4. Сторона AB треугольника ABC больше стороны AC , а $\angle A=40^\circ$. Точка D лежит на стороне AB , причём $BD = AC$. Точки M и N — середины отрезков BC и AD соответственно. Найдите угол BNM .

3–5. 12 шахматистов сыграли однокруговой турнир. Оказалось, что все шахматисты набрали разное число очков и шахматист, занявший второе место, набрал не меньше очков, чем шахматисты, занявшие 5 последних мест, в сумме. Сколько очков могло оказаться у занявшего 7 место? (Победа – 1 очко, ничья – $\frac{1}{2}$ очка, поражение – 0.)

3–6. Какое наибольшее количество слонов можно разместить на шахматной доске так, чтобы каждый слон бил не более одного слона? Приведите ответ и пример.

4–4. За круглым столом сидят $N \geq 6$ человек. При каких N они могут пересесть так, что любые два прежних соседа теперь будут сидеть через два человека?

4–5. Рассмотрим всевозможные графики функций вида $y=kx+b$, где k и b – трехзначные числа. Какое наибольшее число таких графиков может пересекаться в одной точке?

4–6. Найдите все такие натуральные n , для которых $(n+6)(n+1200)$ – точный квадрат.

5–5. На острове Невезения с населением 150 человек правительство решило провести пять реформ. Каждой реформой недовольна ровно половина всех граждан. Гражданин выходит на митинг, если он недоволен более чем половиной всех реформ. Какое максимальное число людей правительство может ожидать на митинге?

5–6. Квадрат со стороной 1 раскрашен в два цвета. При каком наибольшем x гарантированно найдутся две одноцветные точки на расстоянии, не меньшем x ?

6–6. Барон Мюнхгаузен как-то рассказывал, что ему удалось объехать квадратную страну, разбитую на нечётное число прямоугольных княжеств. При этом каждое княжество барон проехал ровно один раз и только по диагонали, и вернулся на то же место, откуда выехал. Приведите пример такой страны и его поездки.