0–0. В треугольнике ABC проведены высоты BM и CH, I – центр вписанной окружности. Известно, что $BC=24$, $MH=12$. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника BCI.

0–1. Какую цифру нужно подставить вместо звездочки, чтобы число $\underbrace{11\ldots1}_{2015}\underbrace{22\ldots2}_{2016}*$ стало точным квадратом?

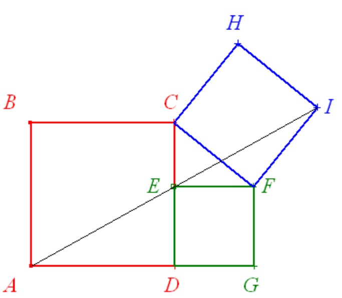
0–2. Укажите все двузначные числа, кратные 10, которые могут быть числом диагоналей выпуклого многоугольника.

0–3. На шахматную доску 8×8 по одному выставляют слонов. Очередной выставляемый слон должен бить не более двух из ранее выставленных. Какое наибольшее число слонов можно выставить на доску?

0–4. В параде участвовали менее 2016 солдат, ровно 1/99 из них награждена медалями. Всех солдат построили прямоугольником. Оказалось, что награждённые есть не менее чем в 44% шеренг и не менее чем в 44% колонн. Сколько всего солдат?

0–5. Про квадратный трёхчлен $f(x)=ax^2+bx+c$ известно, что $f(c)=3$, а $f(1/a)=8$. Найдите, чему равно произведение ac.

0–6. $ABCD$, $DEFG$, $CFIH$ – квадраты (см. рис.). Факт о том, что точка E – середина отрезка AI, можно доказать поворотами. Вставьте центры поворота и углы поворота в равенство



$R\quad(AE)=CG=R\quad(IE)$.

1–1. Найдите сумму $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\ldots+\frac{1}{2015\cdot 2016}$. Ответ дать в виде несократимой дроби.

1–2. При скольких натуральных $n\geq 2$ верно сравнение $20\equiv -16 \pmod{n}$?

1–3. Найдите остаток числа 13^{13} при делении на 30.

1–4. Приведите пример таких целых чисел $a>b>1$, что для каждого натурального числа k найдется такое натуральное число n, что $an+b$ является k-й степенью целого числа, большего 1? *Ответ обосновать.*

1–5. Числа 108 и 256 являются членами геометрической прогрессии. Найдите все остальные натуральные числа, которые могут встретиться в этой прогрессии.

1–6. 12 шахматистов сыграли однокруговой турнир. Оказалось, что все шахматисты набрали разное число очков и шахматист, занявший второе место, набрал не меньше очков, чем шахматисты, занявшие 5 последних мест, в сумме. Сколько очков могло оказаться у занявшего 7 место? **(Победа – 1 очко, ничья – ½ очка, поражение – 0.)**

2–2. Два парома одновременно отходят от противоположных берегов реки и пересекают её перпендикулярно берегам. Скорости паромов постоянны, но не равны. Паромы встречаются на расстоянии 720 метров от одного из берегов, после чего продолжают движение, каждый доходит до противоположного берега и тут же плывёт обратно. На обратном пути они встречаются в 400 метрах от другого берега. Какова ширина реки?

2–3. Какое наименьшее количество коней можно разместить на шахматной доске так, чтобы каждый конь бил ровно трёх других коней? Приведите ответ и пример.

3-6. Чему равно максимальное произведение расстояний от внутренней точки треугольника со сторонами 5, 6, 7 до прямых, содержащих его стороны?

2–4. На каждой из граней двух игральных костей-кубиков надо записать по одному натуральному числу. После этого обе кости бросают, а числа на их верхних гранях складывают. Запишите числа на гранях так, чтобы с одинаковой ненулевой вероятностью получалась любая целая сумма от 2 до 13.

4–4. Пусть x и y удовлетворяют системе $\begin{cases} y-x\le 5; \\ y+4x\le -5; \\ 3y+2x\ge -5. \end{cases}$ Найдите все значения, которые может принимать функция $f(x,y)=x^2+y^2$.

2–5. Какое наибольшее количество слонов можно разместить на шахматной доске так, чтобы каждый слон бил не более одного слона? Приведите ответ и пример.

4–5. Найдите все такие натуральные n, для которых $(n+6)(n+1200)$ – точный квадрат.

2–6. Рассмотрим всевозможные графики функций вида $y=kx+b$, где k и b – трехзначные числа. Какое наибольшее число таких графиков может пересекаться в одной точке?

4–6. Изобразите на координатной плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяют уравнению $\left|x^2+2x\right|=y^2-1$.

3–3. Сколько различных слагаемых останется, если раскрыть скобки и привести подобные в следующем выражении $(1+x^2+x^4+\ldots+x^{200})^3+(1+x^3+x^6+\ldots+x^{300})^2$?

5–5. Квадрат со стороной 1 раскрашен в два цвета. При каком наибольшем x гарантированно найдутся две одноцветные точки на расстоянии, не меньшем x?

3–4. Сторона AB треугольника ABC больше стороны AC, а $\angle A=40°$. Точка D лежит на стороне AB, причём $BD = AC$. Точки M и N — середины отрезков BC и AD соответственно. Найдите угол BNM.

5–6. Найдите все треугольники ABC, в которых биссектрисы AM и BK обратно пропорциональны сторонам, к которым проведены.

3–5. На острове Невезения с населением 150 человек правительство решило провести пять реформ. Каждой реформой недовольна ровно половина всех граждан. Гражданин выходит на митинг, если он недоволен более чем половиной всех реформ. Какое максимальное число людей правительство может ожидать на митинге?

6–6. Барон Мюнхгаузен как-то рассказывал, что ему удалось объехать квадратную страну, разбитую на нечётное число прямоугольных княжеств. При этом каждое княжество барон проехал ровно один раз и только по диагонали, и вернулся на то же место, откуда выехал. Приведите пример такой страны и его поездки.