XII Всероссийская смена «Юный математик». ВДЦ «Орлёнок».
IX Турнир математических игр. Математическая игра «Пенальти».
Младшая лига (7-8 классы). 12 сентября 2016 года
Вариант 1.

1. Найдите все делящиеся на 37 пятизначные числа, у которых первая, третья и пятая цифры одинаковы.

2. На сторонах AB и CD единичного квадрата $ABCD$ взяты точки E и K соответственно, а во внешнюю сторону построены квадраты $BEFG$ и $DKLM$ со сторонами a и b соответственно ($a<1$, $b<1$). Оказалось, что отрезки EK, FL и GM пересеклись в одной точке. При каких значениях отношения $a:b$ такое возможно?

3. Три бегуна стартовали по круговой дорожке одновременно, с одного места и в одном направлении. Они бегут с постоянными скоростями. Иванов впервые обогнал Петрова через 3 минуты, а Петров впервые обогнал Сидорова через 6 минут. Через сколько минут Иванов впервые обогнал Сидорова?

4. Какое наибольшее количество коней можно разместить на шахматной доске так, чтобы каждый конь бил ровно одного коня? Приведите ответ и пример.

5. Найдите НОД множества всех чисел вида $n^{12} - n^8 - n^4 + 1$ при всех нечётных n.

6. На клетке $a1$ шахматной доски стоит слон. В следующий раз он оказался в исходной клетке, сделав 4 хода. Сколькими способами он мог это сделать?

7. Из числа 13^{2016} вычли наибольший его делитель, не равный самому числу. Из полученной разности также вычли наибольший её делитель, не равный ей самой, и т.д., пока не после очередного вычитания не получилась единица. Сколько всего вычитаний было произведено?

8. (*Задача Иосифа Флавия)* 50 человек встали по кругу и их пронумеровали подряд числами от 1 до 50. Затем из них исключается каждый второй до тех пор, пока не останется только один человек. Какой номер будет у него?

XII Всероссийская смена «Юный математик». ВДЦ «Орлёнок».
IX Турнир математических игр. Математическая игра «Пенальти».
Младшая лига (7-8 классы). 12 сентября 2016 года
Вариант 2.

9. Пусть S – подмножество множества $\{1, 2, \ldots, 8, 9\}$ такое, что все суммы любых двух различных чисел из S разные. Например, подмножество $\{1, 2, 5\}$ обладает этим свойством, а $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ нет, так как $1 + 4 = 2 + 3$. Каково максимальное количество элементов, которые S может содержать? Приведите ответ и пример.

10. Три бегуна стартовали по круговой дорожке одновременно, с одного места и в одном направлении. Они бегут с постоянными скоростями. Иванов впервые обогнал Петрова через a минут, а Петров впервые обогнал Сидорова через b минут. Через сколько минут Иванов впервые обогнал Сидорова?

11. Решите неравенство $a^2+b^2+c^2+4>ab+3b+2c$.

12. По кругу стоят n коробок, в которых соответственно лежат 1, 2, 3, …, n камней. За один ход можно из коробки с б*о*льшим количеством камней переложить один камень в соседнюю коробку с меньшим количеством камней. При каких n процесс может остановиться?

13. Произведение пяти целых чисел не равно нулю. Каждое из этих чисел уменьшили на единицу, при этом их произведение не изменилось. Приведите пример таких чисел.

14. (*Задача Иосифа Флавия)* 100 человек встали по кругу и их пронумеровали подряд числами от 1 до 100. Затем из них исключается каждый второй до тех пор, пока не останется только один человек. Какой номер будет у него?

15. На шахматную доску по очереди выставляются слоны так, что каждый новый поставленный слон бьёт не более одного выставленного на тот момент на доску слона. Какое наибольшее количество слонов можно выставить на доску по таким правилам?

16. В параллелограмме $ABCD$ проведены биссектрисы AE и DF, пересекающие сторону BC в точках E и F соответственно. Найдите длину BC, если AB=10 и EF=2.