**0–0.** Какое наибольшее число ферзей можно расставить на доске 6×6 так, чтобы каждый ферзь бил ровно одного ферзя? Приведите ответ и пример.

**0–1.** Найдите сумму цифр числа $4^{13}\cdot5^{31}$ в десятичной записи.

**0–2.** Какое наибольшее количество клеток можно отметить на поле 8×8 так, чтобы у каждой отмеченной клетки была ровно одна отмеченная соседняя (по стороне) клетка? Приведите ответ и пример.

**0–3.** При каком наибольшем $n$ в таблицу из пяти строк и $n$ столбцов можно вписать числа 0, 1 или 2 (в каждую клетку одно число) таким образом, чтобы суммы чисел во всех столбцах были различны, а во всех строках одинаковы?

**0–4.** В прямоугольном треугольнике высота, опущенная на гипотенузу, делит её на отрезки, разность которых равна одному из катетов треугольника. Найти углы треугольника.

**0–5.** Какое наименьшее количество чёрных трёхклеточных уголков можно разместить по линиям сетки в белом квадрате 5×5 так, чтобы не осталось ни одного белого трёхклеточного уголка? Приведите ответ и пример.

**0–6.** Найдите наименьшее натуральное $n$ такое, что $n^2+p$ не является простым ни для какого простого $p$.

**1–1.** Найдите коэффициент $b$ квадратного трехчлена $x^2+bx+3$, имеющего ровно 1 корень.

**1–2.** Действительные числа $a$, $b$ и $c$ таковы, что $a^2+b^2+c^2=2000$ и $(a+b)^2+(b+c)^2+(c+a)^2=2017$. Найдите $a+b+c$.

**1–3.** Вершины треугольника $ABC$ отобразили симметрично относительно противоположных сторон, при этом образы точек $B$ и $C$ совпали. Найдите углы треугольника.

**1–4.** При каких значениях параметра $a$ уравнение $\sqrt{x-a^2}=\sqrt{x}-a$ имеет единственное решение?

**1–5.** Обозначим через $d(X, YZ)$ расстояние от точки $X$ до прямой $YZ$. Точка $P$ внутри треугольника $ABC$ такова, что отношения $d(A, BC)/d(P, BC)$, $d(B, CA)/d(P, CA)$ и $d(C, AB)/d(P, AB)$ равны. Найдите их значение.

**1–6.** При каких $n$ среди всех $n$-значных чисел больше половины составляют числа, содержащие в своей десятичной записи хотя бы 1 ноль?

**2–2.** За круглым столом сидит 31 человек. Часть из них – рыцари, которые всегда говорят правду, а остальные – лжецы, которые всегда лгут, причем лжецов не менее одного. Каждого спросили: «Сколько среди твоих соседей лжецов?». Все дали одинаковые ответы. Какое наибольшее число рыцарей могло оказаться за столом?

**2–3.** На гипотенузе $AB$ прямоугольного треугольника $ABC$, в котором $BC=3AC$, взята точки $D$ такая, что $AI=DI$, где $I$ – центр вписанной окружности треугольника $ABC$. Найдите отношение $BD:AC$.

**3-6.** В компании из 300 человек каждый знаком ровно с тремя другими. При каком наименьшем $k$ про такую компанию можно наверняка утверждать, что среди любых $k$ человек найдутся двое знакомых?

**2–4.** Каждое натуральное число окрашено либо в синий, либо в красный цвет. Оказалось, что для любых двух одноцветных чисел $a$ и $b$ если число $a–2b$ натуральное, то оно того же цвета, что и $a$. Сколько существует таких раскрасок?

**4–4.** На боковой стороне $AB$ равнобедренного треугольника $ABC$ ($AB = BC$) выбрана такая точка $D$, что $\angle ACD = 30°$. А внутри треугольника $ABC$ выбрана такая $E$, что $\angle CBE = 10°$ и $\angle BED = 70°$. Найдите $\angle BAE$, если известно, что $\angle ABC = 40°$.

**2–5.** Найдите все квадратные трехчлены $ax^2+bx+c$, у которых коэффициенты $a$, $b$, $c$ и корни $x_1$, $x_2$ образуют (в некотором порядке) множество из пяти последовательных натуральных чисел.

**4–5.** Даны таблица 10x10 клеток и $N$ фишек. Рассматриваются все расстановки фишек в клетки таблицы, удовлетворяющие условию: никакие две фишки не стоят в соседних (по стороне) клетках. При каком наибольшем $N$ в любой из расстановок можно найти хотя бы одну фишку такую, что от ее перемещения в соседнюю клетку заданное условие не нарушится?

**2–6.** Найдите наибольшее количество сторон невыпуклого многоугольника, у которого ровно 8 внутренних углов больше 90°.

**4–6.** Петя расставил на поле 9×9 комплект, состоящий из 1 корабля 1×5, 2 кораблей 1×4, 3 кораблей 1×3, 4 кораблей 1×2 и 5 кораблей 1×1 (корабли не могут соприкасаться между собой). Какое наибольшее количество выстрелов может сделать Вова, чтобы гарантированно не попасть ни в один из кораблей? Приведите ответ и пример.

**3–3.** На доске записаны все девятизначные натуральные числа, десятичная запись которых содержит каждую из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ровно по одному разу. Каждую минуту выбирают наибольшее и наименьшее среди записанных на доске чисел и стирают. Какая пара чисел будет стёрта последней?

**5–5.** Найдите трехзначное число, куб которого оканчивается на три семёрки.

**3–4.** Десятизначное число назовём *хитрым*, если все его цифры – единицы, двойки и тройки, а разность каждых двух соседних цифр равна 1. Найдите сумму всех хитрых чисел.

**5–6.** Дан выпуклый четырёхугольник $ABCD$. Известно, что $AD = BD = CD$, $\angle CBD = \angle BAC$ и $\angle ADB = \angle ACD$. Найдите углы этого четырехугольника.

**3–5.** Для каждой пары натуральных чисел $a$, $b$ введена операция $a \oplus b$ с такими свойствами: 1) $a \oplus a = a+2$; 2) $a \oplus b = b \oplus a$; 3) $\dfrac{a \oplus (a+b)}{a \oplus b} = \dfrac{a+b}{b}$. Найдите $3 \oplus 5$.

**6–6.** Какое наибольшее количество различных подмножеств (отличных от $A$) множества $A = \{1, 2, ..., 100\}$ можно выбрать таким образом, что объединение любых трёх выбранных множеств есть $A$?