Младшая лига. **1 вариант.**

1. В треугольнике ABC проведены биссектрисы AA_1 и CC_1, I — точка их пересечения. Известно, что $AI = BC$ и $\angle ACB = 2\angle BAC$. Найдите углы треугольника.

2. В однокруговом шахматном турнире участвовали 30 шахматистов (победа − 1 очко, ничья − 0,5 очка, поражение − 0). Разряд присвоили тем, кто набрал не менее 60% возможных очков. Какому наибольшему количеству участников могли присвоить разряд?

3. На шахматной доске 8×8 отмечено 19 клеток. Пара соседних по стороне клеток называется *хорошей*, если хотя бы одна клетка из пары отмечена. Каково наибольшее возможное количество хороших пар?

4. На собеседовании десяти кандидатам был предложен тест, состоящий из нескольких вопросов. Известно, что любые пять человек ответили вместе на все вопросы (т.е. на каждый вопрос хоть один из пяти дал правильный ответ), а любые четыре − нет. При каком минимальном количестве вопросов это могло быть? *Ответ дать числом в десятичной записи*.

5. Точка K лежит внутри параллелограмма $ABCD$, а точка L — в области, ограниченной стороной CD и продолжениями сторон BC и AD. Известно, что $S_{ABK} = 9$, $S_{BCK} = 4$, $S_{DAK} = 8$, $S_{DCL} = 18$. Найдите S_{ABL}.

6. Найдите наибольший общий делитель всех чисел вида $(a-b)^3 + (b-c)^3 + (c-a)^3$, где сумма целых чисел a, b и c не делится на 3.

7. В кружок танцев ходят три мальчика и одиннадцать девочек. Сколькими способами их можно разбить на пары так, чтобы каждый мальчик оказался в паре с девочкой? *Ответ дать числом в десятичной записи.*

8. На шахматную доску, первоначально пустую, по очереди ставятся слоны по следующему правилу: если только что поставленный слон кого-то побил, то один из побитых им слонов снимается с доски. Какое наибольшее количество слонов можно поставить на доску с соблюдением данного правила?

Младшая лига. **2 вариант.**

9. В четырехугольнике отметили восемь отрезков: четыре стороны и четыре отрезка, на которые диагонали разбили друг друга точкой пересечения. Известно, что хотя бы пять из этих отрезков равны. Какими могут быть углы этого четырехугольника?

10. На клетчатой доске 10×10 отмечено 33 клетки. Пара соседних по стороне клеток называется *хорошей*, если хотя бы одна клетка из пары отмечена. Какое наибольшее количество хороших пар может быть?

11. Сколько существует натуральных чисел вида $\overline{abcdabcd}$, которые кратны 18769?

12. Решите в целых числах уравнение $\dfrac{b^2+c^2-bc}{a} = \dfrac{2b+2c-a}{4}$.

13. На поверхности кубика Рубика 3×3×3 отмечены несколько точек так, что в каждом из 54 квадратиков, включая его границу, отмечена ровно одна точка. Какое наименьшее число точек может быть отмечено?

14. BL − биссектриса треугольника ABC, центр O описанной окружности треугольника ABL оказался симметричен точке L относительно стороны AB. Какие значения может принимать $\angle ACB$?

15. В однокруговом шахматном турнире участвовало 30 шахматистов. У какого наибольшего числа шахматистов по окончании турнира могло оказаться ровно 5 очков? (победа − 1 очко, ничья − 1/2 очка, поражение − 0 очков)

16. Числа от 1 до 63 разбиты на 10 групп, в каждой группе подсчитано произведение входящих в неё чисел. Какое наибольшее значение может иметь наибольший общий делитель получившихся произведений? *Ответ дать числом в десятичной записи.*