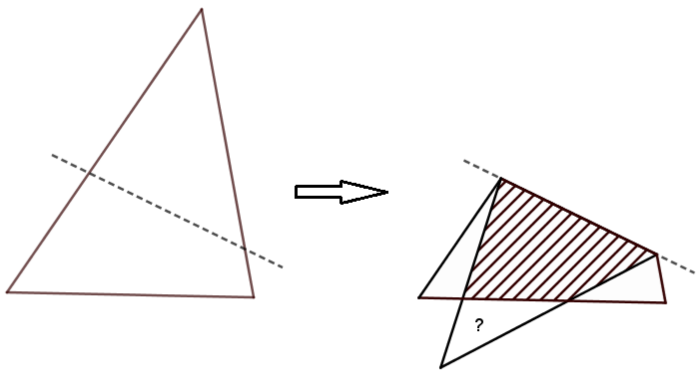
Пятнадцатая Всероссийская смена «Юный математик»
Задания конкурсного отбора
Олимпиадная математика
6-7 классы
19 мая 2019 г.

1. Поставьте на шахматную доску 4 ладьи так, чтобы они били все черные клетки.

2. Саша, набравшая в отборочном туре 20 очков, переходит на новый уровень игры. Уровень состоит из 10 задач. За каждую верно решенную задачу Саша получает еще 3 очка, а за каждую неверно решенную у нее отнимают 2 очка. Сколько очков могло оказаться у Саши после прохождения этого уровня, если их в пять раз больше, чем число верно решенных Сашей задач на этом уровне?

3. В треугольнике, сделанном из бумаги, провели отрезок, делящий его площадь пополам, а затем сложили по этой линии. Оказалось, что площадь «двухслойной части» (заштрихована на рисунке) равна площади «однослойной части» и на 12 см^2 меньше площади исходного треугольника. Найдите площадь нижнего маленького треугольника.



4. За круглым столом сидят 11 человек. Какое наибольшее количество из них может сказать: «У меня на 10 рублей больше, чем у одного из моих соседей»?

5. Три действительных числа удовлетворяют равенству $x(y+z)=y(z+x)=z(x+y)$. Докажите, что среди этих чисел есть равные.

6. Есть кучка из n камней. Два игрока ходят по очереди. Первый игрок может взять в свой ход любое количество камней, равное простому числу, а второй игрок - составному. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. При каких n у первого игрока есть выигрышная стратегия?

7. Тройка точек на плоскости называется удачной, если одна из них лежит ровно посередине отрезка, соединяющего две оставшиеся. Отметьте несколько узлов на клетчатой плоскости, чтобы каждый из них входил в одно и то же число удачных троек, большее 1.

8. На доске написаны натуральные числа от 1 до 2019. В любой момент времени разрешается стереть некоторые три из них (a, b, c) и написать вместо них числа $ab/c,\ bc/a,\ ca/b$. Можно ли после нескольких таких операций добиться того, чтобы все числа на доске стали равны?