Пятнадцатая Всероссийская смена «Юный математик»
Задания конкурсного отбора
Олимпиадная математика
8 класс
19 мая 2019 г.

1. Поставьте на шахматную доску 4 ладьи так, чтобы они били все черные клетки.

2. Числа a, b, c – длины сторон некоторого треугольника. Докажите, что оба корня уравнения $ax^2 + bx - c = 0$ меньше 1.

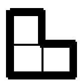
3. За круглым столом сидят 11 человек. Какое наибольшее количество из них может сказать: «У меня на 10 рублей больше, чем у одного из моих соседей»?

4. Три действительных числа удовлетворяют равенству $x(y + z) = y(z + x) = z(x + y)$. Докажите, что среди этих чисел есть равные.

5. Точка I – центр вписанной окружности треугольника ABC. Описанная окружность треугольника AIC, пересекает отрезок BC в точке D. Докажите, что $AB = BD$.

6. Докажите, что для любых действительных чисел хотя бы одно из уравнений $x^2 + 2bx + 2c = 1,\ x^2 + 2cx + 2a = 1,\ x^2 + 2ax + 2b = 1$ имеет действительный корень.

7. На сторонах AB и BC равностороннего треугольника ABC отмечены точки D и E соответственно. Равносторонние треугольники ADG и CEH построены во внешнюю сторону. Найдите углы треугольника GBH, если выполнено равенство $AD + EC = AC$.

8. В клетках квадрата 10×10 расставлены действительные числа. Оказалось, что сумма чисел в любом трёхклеточном уголке  (повёрнутом как угодно) положительна. Обязательно ли сумма чисел во всем квадрате также положительна?