0–0. Треугольник ABC с острым углом $\angle A=\alpha$ вписан в окружность. Её диаметр, проходящий через основание высоты треугольника, проведённой из вершины B, делит треугольник ABC на две части одинаковой площади. Найдите угол B.

1–1. Решите уравнение $[x^2]=2019$, где $[t]$ – наибольшее целое число, которое не превосходит t (целая часть числа t).

0–1. При каких $n > 50$ можно расставить по окружности n попарно различных чисел таким образом, чтобы каждое число было либо больше всех 50 чисел, следующих за ним по часовой стрелке, либо меньше всех 50 чисел, следующих за ним по часовой стрелке?

1–2. Часовщик сделал шуточные часы, в которых стрелки идут с обычной скоростью, но часовая идёт по часовой стрелке, а минутная — против. Во сколько раз чаще стрелки встречаются в шуточных часах, чем в обычных?

0–2. Расставьте все целые числа от 1 до 10 в строку в таком порядке, чтобы сумма любых двух подряд стоящих чисел (кроме суммы двух последних) делилась на следующее за ними число.

1–3. Различные числа a, b и c таковы, что уравнения $x^2 + ax + 1 = 0$ и $x^2 + bx + c = 0$ имеют общий действительный корень. Кроме того, общий действительный корень имеют уравнения $x^2 + x + a = 0$ и $x^2 + cx + b = 0$. Найдите сумму $a + b + c$.

0–3. Найдите наибольшее натуральное число со свойством: ни оно само, ни любое из чисел, полученное из него вычёркиванием любого набора цифр (не всех), не делится на 3.

1–4. Точка M внутри параллелограмма $ABCD$ с углом $\angle A = 75°$ такова, что треугольник BMC — равносторонний и $\angle CMD = 135°$. Найдите $\angle BKC$, где K – середина стороны AB.

0–4. Неотрицательные числа x, y, z, t удовлетворяют условию $|x-y|+|y-z|+|z-t|+|t-x| = 4$. Найдите наименьшее возможное значение суммы $x^2+y^2+z^2+t^2$.

1–5. Шахматную доску по клеткам разрезают на пять прямоугольников так, чтобы один из них не содержал клеток на краю доски. Сколькими различными способами это можно сделать?

0–5. BH – высота остроугольного треугольника ABC. На стороне BC выбрана точка D, а на продолжении стороны AB за точку B — точка E, причём $AD = DC$ и $AE = EC$. Прямые AD и CE пересекают прямую BH в точках D_1 и E_1 соответственно. Какие значения может принимать отношение $D_1E_1 : DE$?

1–6. За круглым столом сидят рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут (причём есть и те, и другие, всего не менее трёх человек). Каждый сидящий за столом заявил, что оба его соседа лжецы. При этом оказалось, что теперь количество рыцарей можно определить однозначно. Сколько человек могло сидеть за столом?

0–6. Стороны клеток, составляющих прямоугольник $m\times n$, красят в три цвета так, чтобы каждая клетка имела две стороны одного цвета и две стороны другого цвета. Сколькими способами можно это сделать?

2–2. Как известно, три прямые, проведённые через середины сторон треугольника параллельно биссектрисам противолежащих углов, пересекаются в одной точке. Центром какой окружности будет эта точка?

2–3. При каких натуральных $n\geq3$ можно разложить $n(n-1)/2$ карточек, пронумерованных последовательно натуральными числами от 1 до $n(n-1)/2$, в n стопок таким образом, чтобы в любых двух стопках было по одной карточке с последовательными номерами, или с номерами $n(n-1)/2$ и 1?

2–4. Чему равна наименьшая сумма набора из наибольшего количества последовательных натуральных чисел, каждое из которых не делится ни на одну из своих цифр?

2–5. Решите в натуральных числах уравнение $(a+b+c)^2/3 = a^2+b^2+c^2+2(a-b+1)$.

2–6. Дан равнобедренный прямоугольный треугольник ABC с прямым углом A. Точка D на прямой, проходящей через точку B перпендикулярно BC, такова, что $AD = BC$. Чему может быть равен угол BAD?

3–3. Имеется клетчатая доска $n\times n$, где $n\geq2$. Двое играют в следующую игру: первый своим ходом ставит фишку в произвольную клетку доски по своему выбору, а потом передвигает её в одну из соседних по стороне клеток. Далее они по очереди, начиная со второго, передвигают фишку в одну из соседних по стороне клеток, при этом нельзя ставить фишку туда, где она уже была. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. При каких n при правильной игре выигрывает второй?

3–4. На окружности отмечена 31 точка. Отмеченные точки покрашены в 6 цветов. Какое наименьшее количество выпуклых четырёхугольников с одноцветными вершинами, внутри которых не содержится центр окружности, могло оказаться?

3–5. Сколько может быть различных натуральных делителей ($\tau(n)$) у натурального числа n, если известно, что все его делители разбиваются на пары так, что сумма в каждой паре – простое число, а само $\tau(n)\leq20$?

3-6. Какое наименьшее количество клеток можно отметить на доске 12×12 таким образом, чтобы во всех квадратах 3×3 кроме, быть может, четырёх, была отмеченная клетка? *Приведите ответ и пример*.

4–4. Пусть T_n – количество непустых подмножеств S множества $\{1,2, ...,n\}$, у которых среднее арифметическое элементов является целым. При каких натуральных $n > 1$ число T_n чётно?

4–5. Найдите наибольшее значение a, для которого неравенство $\sqrt{x^2+y^2} \geq x+y+a\sqrt{xy}$ выполнено при всех положительных x и y.

4–6. Для данного натурального n найдите наибольшее m, для которого существует таблица из m строк и n столбцов, заполненная числами так, что для каждых двух разных строк $[a_1, a_2, ..., a_n]$ и $[b_1, b_2, ..., b_n]$ выполнено равенство $\max(|a_1-b_1|, |a_2-b_2|, ... , |a_n-b_n|) = 1$.

5–5. Какой наибольший остаток может быть у числа $ab-a-b$ при делении на n, если известно, что каждое из чисел $ax-1$, $by-1$ и $x+y-1$ делится на n при натуральных a, b, x, y и n?

5–6. Точка H – ортоцентр остроугольного неравнобедренного треугольника ABC. Биссектриса угла A пересекает описанную окружность этого треугольника в точке D. Оказалось, что $HA=HD$, Чему может быть равен угол A этого треугольника?

6–6. Приведите пример двух последовательных шестизначных чисел, каждое из которых делится на квадрат любого своего простого делителя. *Ответ обосновать.*