1. На доске выписано 10 попарно различных натуральных чисел, одно из которых равно 1001. Оказалось, что если выписаны числа a и b ($a < b$), то число $b–a$ тоже выписано. Какие значения может принимать наибольшее из выписанных чисел?

2. В некотором магазине тетради и альбомы стоят целое число рублей. Известно, что 56 тетрадей стоят меньше 13 альбомов, но 13 тетрадей стоят больше 3 альбомов. Какое наименьшее число рублей может стоить тетрадь?

3. Разрежьте какой-нибудь равнобедренный треугольник на три различных равнобедренных треугольника. *Покажите само разрезание, укажите углы исходного треугольника и всех треугольников разрезания*.

4. На стороне AB правильного треугольника ABC выбрана произвольная точка M и на отрезке MC построен правильный треугольник MNC, вершина N которого находится от MC по ту же сторону, что и B. Найдите геометрическое место точек N, если точка M пробегает всю сторону AB.

5. В выпуклом n-угольнике отметили 5 вершин таким образом, что для каждого натурального числа k от 1 до 20 можно найти две отмеченные вершины, между которыми в одном из направлений находится ровно k сторон многоугольника. Чему могло быть равно n?

6. Аня, Боря и Вася прошли один и тот же тест из 6 вопросов, на каждый из которых можно ответить "да" или "нет". Аня ответила "нет", "нет", "да", "да", "да", "да". Боря ответил "да", "нет", "нет", "да", "да", "да". Наконец, Вася ответил "нет", "да", "нет", "нет", "нет", "нет". Оказалось, что у Ани два неверных ответа, а у Бори только два верных. Сколько верных ответов у Васи?

7. В выпуклом четырёхугольнике диагонали пересекаются в точке O под углом α, при этом у любого угла величины α с вершиной в точке O часть, лежащая внутри четырёхугольника, имеет одну и ту же площадь. Найдите все выпуклые четырёхугольники, обладающие таким свойством.

8. Комиссия из 9 судей оценивает троих участников соревнования. Для этого каждый из судей выставляет лучшему, по его мнению, участнику 3 балла, худшему — 1 балл, а оставшемуся — 2 балла. Оказалось, что в результате все участники набрали различное число баллов. Один из судей заметил, что победитель набрал меньше всего троек, а занявший третье место — больше всего. Сколько баллов набрал победитель?

9. Сколько существует 18-значных чисел, в которых каждая ненулевая цифра встречается по 2 раза, и дающих максимально возможную сумму всех пятнадцати четырёхзначных чисел, составленных из четвёрок цифр, стоящих подряд?

10. 10 математиков ведут научную переписку. Любая пара учёных переписывается либо только на русском, либо только на английском, либо только на французском языке. Приведите пример с наибольшим количеством пар, ведущих переписку на русском языке, если нет трёх учёных, ведущих попарно друг с другом переписку на одном и том же языке.

11. Найдите все пары целых чисел a и b, для которых выполняется равенство $a^2+b^2+a^2b^2 = 3(a+b)^2/4$.

12. Приведите пример 13 подряд идущих натуральных чисел, меньших 1000, таких, что у каждого из них есть простой делитель, меньший 13.

13. На доске 8×8 отмечено 13 чёрных клеток. Клетчатый прямоугольник назовём *«чёрным»*, если он содержит две чёрные клетки, стоящие в его противоположных углах (ширина «чёрного» прямоугольника может быть равна 1). Для какого наименьшего n можно так расставить исходные 13 чёрных клеток, чтобы в каждом «чёрном» прямоугольнике было не более n чёрных клеток? *Приведите ответ и пример.*

14. Дано натуральное число $n > 10$. Вокруг стола сидят n человек. На каждом из них надет колпак синего или красного цвета, причём каждый из сидящих видит только цвет колпаков у двух соседей по столу. Каждый из этих n людей пишет на бумажке два числа: номер своего места и количество синих колпаков, которое он видит. При каких n по всем этим бумажкам можно наверняка установить, на ком какой колпак надет?

15. В треугольнике ABC $\angle ABC = 120°$. Биссектриса этого угла пересекает сторону AC в точке M, а биссектриса угла, смежного с углом BCA, пересекает прямую AB в точке P. Отрезок MP пересекает сторону BC в точке K. Какие значения может принимать $\angle AKM$?

16. Есть набор из 2019 гирь разного веса, в котором среди любых четырёх гирь самая тяжёлая весит меньше, чем три другие, вместе взятые. Назовём гирю *хорошей*, если среди остальных 2018 гирь есть ровно вдвое более лёгкая. Какое наибольшее количество хороших гирь могло быть?