1. Найдите какие-нибудь 10 пар различных целых чисел a и b из первого десятка, для которых $a^3+ab^2+b^3$ делится на 11.

2. Точки P и Q расположены соответственно на сторонах AB и AD выпуклого четырёхугольника $ABCD$ так, что площадь четырёхугольника $ABCD$ в k раз больше площади каждого из треугольников ABQ и ADP. Отрезок PQ пересекает диагональ AC в точке K так, что $AK:KC=4:7$. Найдите k.

3. На класс выделили несколько путёвок для поездки в «Орлёнок». После того, как классу добавили ещё одну путёвку, количество способов выбрать группу для поездки уменьшилось в 2 раза, а после добавления ещё одной путёвки количество способов выбрать группу для поездки уменьшилось ещё в 3 раза. Сколько учеников в классе?

4. Сколькими способами можно раскрасить клетки доски 4×4 в 4 цвета так, чтобы в любом квадрате 2×2 все 4 клетки были разного цвета? *Доску считаем жёстко закреплённой с нумерацией аналогично шахматной доске.*

9. На медиане BM треугольника ABC с $\angle A=\alpha$ и $\angle B=90°$ взята точка K такая, что $AB = AK$. Прямая AK пересекает катет BC в точке L. Оказалось, что $KL = LC$. Чему может быть равен угол MKC?

10. В каждой клетке доски 10×10 стоит по фишке одного из 50 цветов, всего на доске по две фишки каждого цвета. Назовём цвет *хорошим*, если обе фишки этого цвета стоят в противоположных углах квадрата 4×4. Какое наибольшее количество *хороших* цветов могло быть?

11. Все целые числа от 1 до 100 раскрашены в синий и зеленый цвета (оба цвета встречаются). Известно, что у любых двух разноцветных чисел сумма синяя, а произведение зеленое (если результаты этих действий не превосходят 100). Оказалось, что число 11 – зелёное. Сколько всего синих чисел могло быть в этой сотне?

12. Из натурального числа a, не делящегося на 10, вычеркнули три нуля подряд. В результате получилось число b. Оказалось, что a делится на b. Найдите наибольшее возможное значение a/b. *Приведите ответ и пример.*

5. Множество A состоит из пяти положительных чисел. Множество их попарных произведений таково: {1/10, 3/20, 3/8, 1, 8/5, 5/2, 15/4, 4, 6, 40}. Найдите множество A.

6. В треугольнике ABC $\angle A=\alpha$, серединный перпендикуляр к стороне AB пересекает сторону AC (внутри) в точке D. При каких α можно гарантированно утверждать, что $BC > CD$?

7. Кузнечик, начиная с левой верхней клетки, прыгает по доске 27×27 или вправо, или вниз – через две клетки на третью или через три клетки на четвёртую, чередуя прыжки по длине. Сколько различных маршрутов может быть у кузнечика до правой нижней клетки? *Ответ дать числом в десятичной записи*.

8. Во время школьного шахматного турнира каждый семиклассник сыграл ровно одну партию с каждым восьмиклассником (других партий не было). При этом оказалось, что партий, в которых сыграли мальчик с девочкой, ровно на N больше, чем остальных партий. При каких натуральных N можно гарантированно утверждать, что суммарное количество участников турнира нечётно?

13. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$, отличном от дельтоида, $AB=BC$, $\angle B=40°$, $\angle D=50°$ и биссектрисы углов A, B и D пересекаются в точке P. Найдите $\angle A$.

14. Сколько решений в натуральных числах имеет уравнение $a^2+2b=b^2+c^2$, если числа a, b и c не превосходят 100 и удовлетворяют условию $a^2+bc < ab+ac$?

15. Сколько существует четырёхэлементных множеств натуральных чисел, содержащих число 2019 и таких, что все попарные разности элементов этих множеств – простые числа?

16. В университет поступили 200 студентов, которым на выбор было предложено k спецкурсов. Оказалось, что: 1) у любых двух студентов наборы курсов различны, 2) у любых двух студентов есть общий спецкурс, 3) нет спецкурса, изучаемого всеми студентами. При каком наименьшем k такое возможно?