1. Найдите какие-нибудь 10 пар различных целых чисел a и b из первого десятка, для которых $a^3+ab^2+b^3$ делится на 11.

2. Точки P и Q расположены соответственно на сторонах AB и AD выпуклого четырёхугольника $ABCD$ так, что площадь четырёхугольника $ABCD$ в k раз больше площади каждого из треугольников ABQ и ADP. Отрезок PQ пересекает диагональ AC в точке K так, что $AK:KC=4:7$. Найдите k.

3. Известно, что при некоторых натуральных a и b число $n=a-\frac{1}{b}+b\left(b+\frac{3}{a}\right)$ — целое. Найдите все возможные значения, которые может принимать n.

4. Сколькими способами можно раскрасить клетки доски 4×4 в 4 цвета так, чтобы в любом квадрате 2×2 все 4 клетки были разного цвета? *Доску считаем жёстко закреплённой с нумерацией аналогично шахматной доске.*

9. На медиане BM треугольника ABC с $\angle A=\alpha$ и $\angle B=90°$ взята точка K такая, что $AB = AK$. Прямая AK пересекает катет BC в точке L. Оказалось, что $KL = LC$. Чему может быть равен угол MKC?

10. В каждой клетке доски 10×10 стоит по фишке одного из 50 цветов, всего на доске по две фишки каждого цвета. Назовём цвет *хорошим*, если обе фишки этого цвета стоят в противоположных углах квадрата 4×4. Какое наибольшее количество *хороших* цветов могло быть?

11. Натуральное число n назовём *хитрым*, если выполняется неравенство $S(n)>2019\cdot S(3n)$, где $S(a)$ – сумма цифр числа a. Найдите наименьшее *хитрое* число.

12. В ряд стоят 12 стульев. Сколькими способами их можно разбить на группы подряд стоящих так, чтобы количество стульев в каждой группе было нечётным?

5. Сколько решений в целых числах, не превосходящих по модулю 10, имеет уравнение $x^3+y^3 = (x+y)^2$?

6. В трапеции средняя линия равна 7, высота равна $\frac{15\sqrt{3}}{7}$, а угол между диагоналями против основания равен 120°. Найдите диагонали трапеции.

7. Кузнечик, начиная с левой верхней клетки, прыгает по доске 27×27 или вправо, или вниз – через две клетки на третью или через три клетки на четвёртую, чередуя прыжки по длине. Сколько различных маршрутов может быть у кузнечика до правой нижней клетки? *Ответ дать числом в десятичной записи*.

8. Во время школьного шахматного турнира каждый семиклассник сыграл ровно одну партию с каждым восьмиклассником (других партий не было). При этом оказалось, что партий, в которых сыграли мальчик с девочкой, ровно на N больше, чем остальных партий. При каких натуральных N можно гарантированно утверждать, что суммарное количество участников турнира нечётно?

13. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$, отличном от дельтоида, $AB=BC$, $\angle B=40°$, $\angle D=50°$ и биссектрисы углов A, B и D пересекаются в точке P. Найдите $\angle A$.

14. Сколько решений в натуральных числах имеет уравнение $a^2+2b=b^2+c^2$, если числа a, b и c не превосходят 100 и удовлетворяют условию $a^2+bc < ab+ac$?

15. На какую наибольшую степень двойки делится сумма всех n-значных чисел, в которых встречаются только единицы, двойки и тройки, а разность каждых двух соседних цифр равна 1?

16. В университет поступили 200 студентов, которым на выбор было предложено k спецкурсов. Оказалось, что: 1) у любых двух студентов наборы курсов различны, 2) у любых двух студентов есть общий спецкурс, 3) нет спецкурса, изучаемого всеми студентами. При каком наименьшем k такое возможно?