0–0. Какое наибольшее количество шашек можно поставить на шахматную доску так, чтобы никакая шашка никакую другую не била (по диагонали на 1 клетку) и чтобы после этого можно было поставить ещё 8 ладей так, чтобы никакая ладья никакую шашку не била? *Приведите ответ и пример*.

0–1. Сумма каких-то двух различных делителей натурального числа n равна 1000. Какое наименьшее число различных простых делителей может иметь число n? *Приведите ответ и пример.*

0–2. Дано натуральное число n. На доске выписаны в порядке возрастания все остатки, которые могут давать степени 2 при делении на n – 1, 2, 4, 8, 16 . Найдите n.

0–3. Найдите радиус окружности, задаваемой уравнением $x^2+y^2+2x-6y+8=0$.

0–4. В классе N мальчиков и N девочек ($N\geq 2$). Каждый день дежурит группа из двух мальчиков и двух девочек. При каких N могло оказаться так, что к некоторому моменту каждый мальчик отдежурил с каждой девочкой ровно по четыре раза?

0–5. От плоского квадратного торта отрезали по куску прямыми разрезами, пока не разрезали торт на 50 частей, среди которых ровно 5 пятиугольников. Какое наибольшее количество восьмиугольников могло оказаться?

0–6. Две противоположные вершины прямоугольника со сторонами 1 и 2 совместили. Найдите длину линии сгиба.

1–1. На столе в ряд лежат 100 монет, две решкой вверх (на 50-м и 100-м местах слева), остальные орлом. За один ход Петя выбирает две рядом лежащие монеты, левая из которых лежит орлом вверх, а правая решкой (если такие есть), обе переворачивает и кладёт между ними ещё одну монету орлом вверх. Какое наибольшее число ходов сделает Петя?

1–2. Укажите все квадратные трехчлены, не имеющие корней, у которых при увеличении свободного члена на 1 окажется ровно один корень.

1–3. Найдите все целые числа n, для которых число $\sqrt{\frac{25}{2}+\sqrt{\frac{625}{4}-n}}+\sqrt{\frac{25}{2}-\sqrt{\frac{625}{4}-n}}$ является целым.

1–4. Точки A, B, C, D расположены на плоскости так, что $BC+BD=AC=AD$ и $\angle ACB=60°$. Чему может быть равен $\angle ADB$?

1–5. У торговца есть весы с двумя чашами, гиря весом 1 кг, а также достаточный запас сахара, соли и невесомых пакетов. За какое наименьшее число взвешиваний он сможет отвесить покупателю 230 кг сахара и 17 кг соли? Весы достаточно велики, чтобы можно отвесить любое необходимое для решения количество сахара или соли.

1–6. Цифры 1, 2, ..., 8 расставляют в клетках полоски 1×8. Разрезание полоски на две части так, чтобы сумма всех цифр в одной из частей делилась на сумму всех цифр в другой, назовём *красивым*. Какое наибольшее количество красивых разрезаний полоски может быть? *Приведите ответ и пример.*

2–2. Вася выложил на столе по кругу рублёвые и двухрублёвые монеты (всего 50 монет) так, что у рублёвок одна соседка лежит орлом, другой — решкой; у двухрублёвок обе соседки лежат одинаково – оба орлом или оба решкой. Какая наименьшая сумма денег могла быть у Васи?

2–3. При каком значении параметра a уравнение $|x–a|=1–x^2$ имеет единственное решение?

2–4. В прямоугольнике $ABCD$ точка E – середина стороны AB, а F – такая точка на отрезке CE, что $\angle CFD=90°$. Найдите $\angle FAE$, если известно, что $\angle CEB=\alpha$.

2–5. Сколькими способами можно поставить на шахматную доску 2 чёрных и 2 белых ладьи так, чтобы ладьи одного цвета друг друга били, а ладьи разных цветов друг друга не били? *Ответ дать числом в десятичной записи*.

2–6. Про выпуклый четырёхугольник $ABCD$ известно, что $AD = BD = CD$, $\angle CBD = \angle BAC$ и $\angle ADB = \angle ACD$. Найдите наименьший угол этого четырёхугольника (укажите угол вместе с его величиной).

3–3. Какое наибольшее количество слонов можно поставить на доску 100×2020, чтобы каждый слон бил не более, чем двух других? (Слоны не бьют друг сквозь друга.)

3–4. В треугольнике ABC, где острый угол A равен 4/3 угла B, на биссектрисе AE нашлась такая точка F, что $AF = AC$ и $2\angle ABF = \angle BAC$. Найдите угол C.

3–5. На доске написаны положительные числа $2a$, b, c и $\frac{3}{a}+\frac{4}{b}+\frac{5}{c}$. После этого среди них нашли наименьшее (одно из наименьших, если их было несколько), а остальные три числа стерли. Найдите наибольшее возможное число, которое могло остаться на доске.

3-6. Высоты треугольника равны h, $2h$, kh. При каких k можно гарантированно определить углы треугольника?

4–4. Среди всех клетчатых прямоугольников найдите такой, который при разрезании на 2 клетчатых прямоугольника с периметрами 200 и 300 имеет наибольшую возможную площадь.

4–5. На стороне BC равнобедренного треугольника ABC ($AB=BC$) с целочисленными (в градусах) углами в направлении от B к C последовательно отмечены n точек A_1, A_2, A_3, …, A_n так, что $BA_1=AA_1$, $A_1A_2=AA_2$, $A_2A_3=AA_3$, …, $A_nC=AC$. Какие значения может принимать угол BAC?

4–6. Для скольких пар цифр a и b ($a\geq b$) выполняется неравенство
$\frac{a^2-1}{b}+\frac{b^2-1}{a}>a+b$?

5–5. Сумма цифр натурального числа A равна 2020, а сумма цифр числа $5A$ равна 2000. Сколько нечётных цифр в десятичной записи числа A?

5–6. Составное натуральное число n назовём *стабильным*, если найдётся такое натуральное k, что, каков бы ни был делитель d числа n, $1 < d < n$, число $n-kd$ — делитель n. Сколько стабильных чисел в первой сотне?

6–6. Два игрока по очереди проводят непересекающиеся (внутренним образом) диагонали правильного 2020-угольника до тех пор, пока он не разобьётся на треугольники. Второй стремится сделать как можно больше треугольников, у которых 2 стороны являются сторонами исходного многоугольника, а первый – как можно больше треугольников, сторонами которого будут диагонали. Кто из игроков может обеспечить себе максимальный выигрыш (разность количеств треугольников) и какой?