**1. (ст)** Как квадрат со стороной 21 покрыть семью квадратами со стороной 10?

**2. (ст)** Многочлен с целыми положительными коэффициентами $ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$ принимает значения, кратные 2020 при любом целом $x$. Найдите наименьшее возможное значение НОД($a,b,c,d,e$).

**3. (ст)** В лагерь приехали 85 мальчиков и $d$ девочек. Каждая девочка знакома не более чем с 15 мальчиками, а каждый мальчик – не менее, чем с одной девочкой. Оказалось, что у каждого мальчика больше знакомых девочек, чем у любой знакомой с ним девочки – знакомых мальчиков. Найдите наименьшее возможное $d$.

**4. (ст)** В равностороннем треугольнике $ABC$ на сторонах $AB$ и $BC$ выбраны точки $M$ и $N$ соответственно так, что $AM:MB=1:2$, $BN:NC=1:3$. $AN$ и $CM$ пересекаются в точке $P$. Известно, что расстояние от точки $P$ до $AC$ равно 3. Найдите высоту треугольника $ABC$.

**5. (ст)** Имеются 5 различных натуральных чисел. Выпишем все числа, обратные к каждому из чисел, к каждому произведению двух чисел, к каждому произведению трёх чисел, к каждому произведению четырёх чисел и к произведению всех пяти чисел. Сумма всех выписанных чисел оказалась равна 1. *Приведите пример такой пятёрки чисел.*

**6. (ст)** Найдите расстояние от начала координат до множества точек, координаты $(x, y)$ которых удовлетворяют уравнению $x^2+y^2+6x+8y–24=0$.

**7. (ст)** Найдите наибольший из коэффициентов $a$ и $b$ кубического многочлена $x^3+ax^2+bx+3$, имеющего три различных корня, два из которых являются корнями квадратного трехчлена $x^2+2x–1$.

**8. (ст)** Шахматную доску 8×8 разрезают на клетчатые прямоугольники ширины 1 так, чтобы произведение их площадей было максимальным, причём одна из частей оказалась клеткой 1×1. Сколькими способами могла размещаться эта клетка?

**9. (ст)** Все клетки доски $(2n+1)\times(2n+1)$ раскрашены в чёрный и белый цвета. Мы говорим, что клетка *доминирует* в своей строке или своём столбце, если клеток её цвета там больше половины. Какое наименьшее количество клеток может доминировать одновременно в строке и столбце?

**10. (ст)** В треугольнике $ABC$ медиана, проведённая из вершины $A$ к стороне $BC$, в четыре раза меньше стороны $AB$ и образует с ней угол 60°. Найдите угол $BAC$.

**11. (ст)** На плоскости провели три попарно пересекающихся прямых $a$, $b$, $c$. Затем провели ещё 100 прямых, параллельных $a$, 200 прямых, параллельных $b$, и 300 прямых, параллельных $c$. На какое наименьшее число частей могли все эти прямые разбить плоскость?

**12. (ст)** Приведите пример палиндрома (вместе с разложениями), меньшего $10^{12}$, который можно разложить в произведение двух других палиндромов хотя бы 12-ю способами. (Натуральное число называется *палиндромом*, если оно больше 10 и равно числу, получаемому из данного перестановкой всех цифр в обратном порядке, например, 1209021).

**13. (ст)** Дан треугольник площади $S$ со сторонами $a\le b\le c$. Найдите площадь треугольника со сторонами $a$, $2b$ и $3c$.

**14. (ст)** Найдите наибольшее натуральное число $n$, равное сумме двух различных натуральных делителей числа $n+10$.

**15. (ст)** На складе лежит $n^2$ различных пустых коробок. Каждая коробка имеет квадратное основание. Ширина и высота коробки — натуральные числа от 1 до $n$. Одна коробка помещается в другую, если оба размера (и ширина, и высота) первой коробки меньше соответствующих размеров второй коробки, а какой-то размер меньше хотя бы на два. Кладовщик хочет собрать из этих коробок несколько стопок. Каждую стопку он складывает по следующему принципу: он берет какую–то одну коробку, вкладывает в неё вторую, затем во вторую коробку вкладывает третью и т. д. (в стопке может быть любое число коробок начиная с единицы). В какое наименьшее количество стопок он сможет сложить коробки?

**16. (ст)** Чему может быть равен периметр треугольника $ABC$, у которого $AB=13$ см, а высота из точки $A$ разбивает противоположную сторону на отрезки 5 см и 9 см?